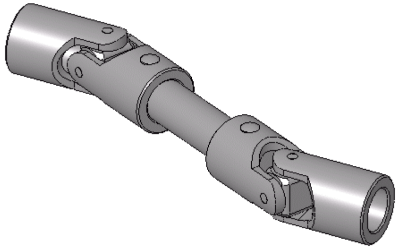
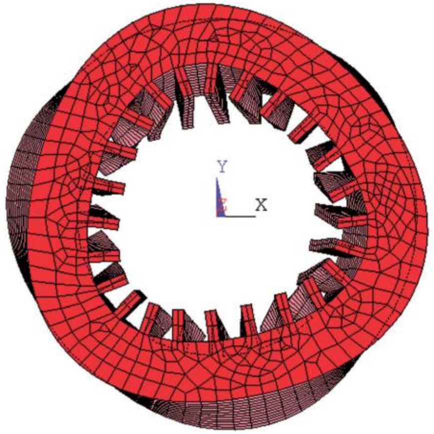
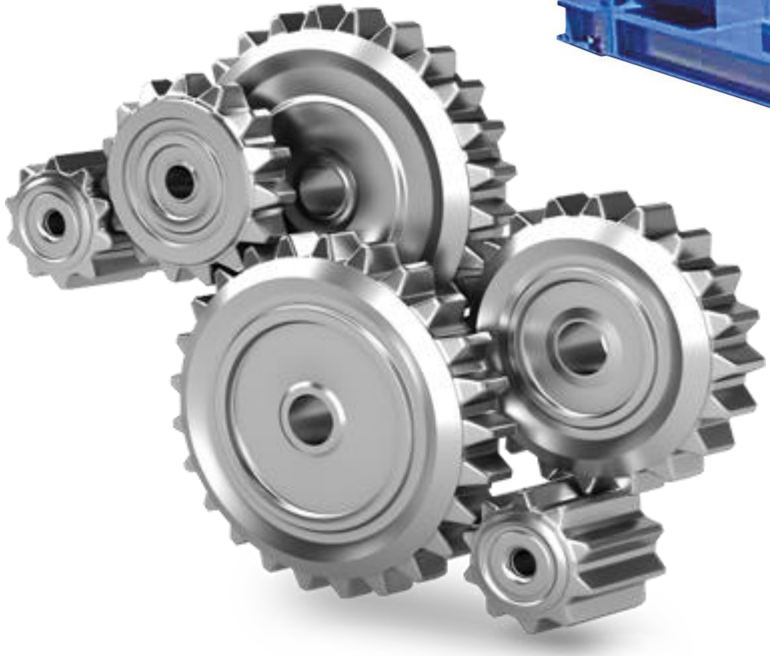
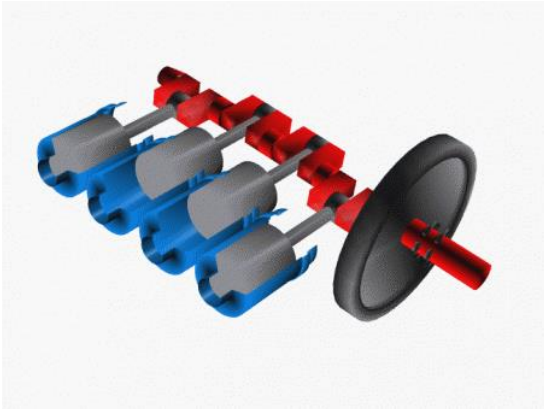
Quelques rappels de mécanique









Modélisation des systèmes de solides

Liaison réelle

Définition d'une liaison parfaite :

Une liaison **géométriquement sans défaut, sans jeu et sans frottement** est dite **parfaite**.

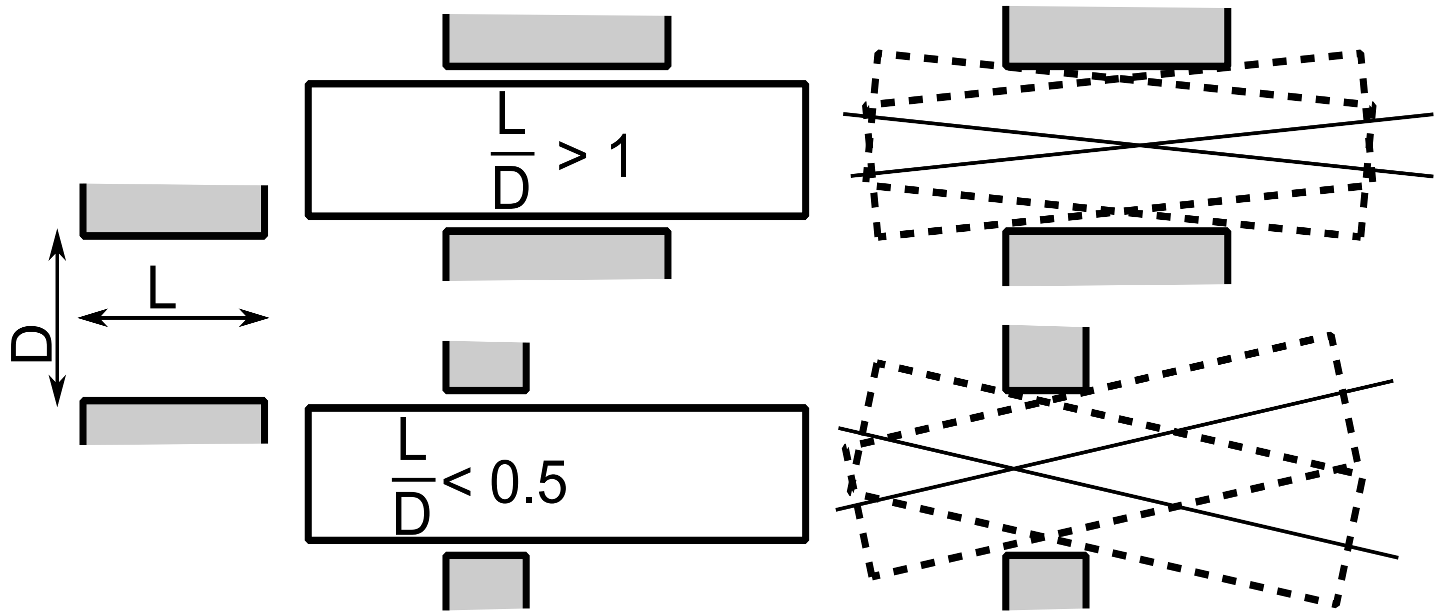
Remarque : Le modèle mécanique d'une liaison réelle, est une liaison parfaite dont le comportement correspond au mieux à celui de la liaison réelle en fonction de ce que l'on souhaite étudier.

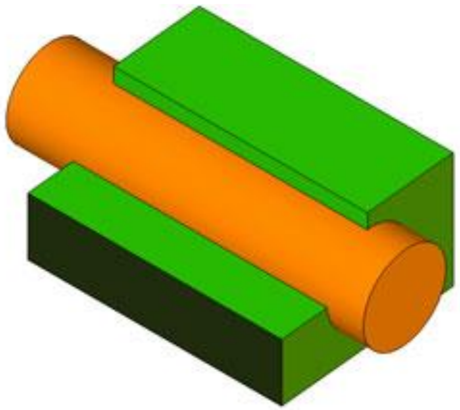
Modélisation des systèmes de solides

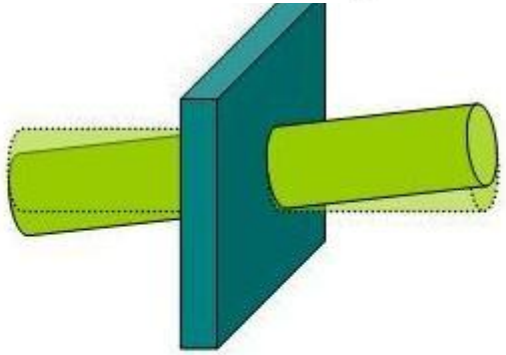
Liaison réelle

<u>Exemple :</u> Choix d'un modèle de liaison de type du contact cylindre/cylindre.

La liaison réelle possède forcément du jeu sinon le mouvement est impossible : présence de « petites translations » et de « petits débattements angulaires ».

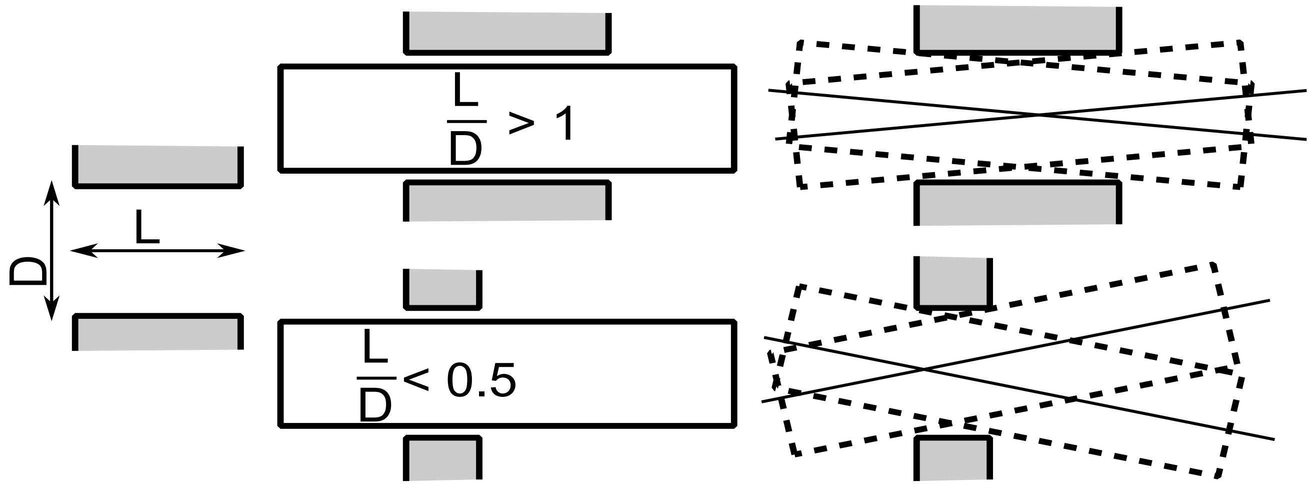






Modélisation des systèmes de solides

Liaison réelle



L/D > 1 → Liaison « longue » (débattements angulaires négligés devant la rotation sur l'axe).

L/D < 0.5 → Liaison « courte » (débattements angulaires non négligés).
Le jeu radial est négligé devant la translation longitudinale.

Liaison associée au contact réel : **Pivot glissant parfait** ou **Linéaire annulaire parfaite**.

Dans nos études futures → modèles mécaniques avec liaisons parfaites.

Modélisation des systèmes de solides

Liaison réelle

Torseurs associés aux modèles de liaison : Rappels

Définition : Le torseur d'inter-efforts de 1 sur 2 (1→2) s'écrit :

$$\{T(1 \rightarrow 2)\} = \begin{Bmatrix} X_{12} & L_{12} \\ Y_{12} & M_{12} \\ Z_{12} & N_{12} \end{Bmatrix}_{(A,\vec{x},\vec{y},\vec{z})} = \begin{Bmatrix} \overrightarrow{R_{12}} \\ \overrightarrow{M(A, 1 \rightarrow 2)} \end{Bmatrix}_A$$

Modélisation des systèmes de solides

Liaison réelle

Torseurs associés aux modèles de liaison : Rappels

Définition : Le torseur cinématique de 2 par rapport à 1 (2/1) s'écrit :

$$\{v(2/1)\} = \begin{Bmatrix} p_{21} & U_{21} \\ q_{21} & V_{21} \\ r_{21} & W_{21} \end{Bmatrix}_{(A,\vec{x},\vec{y},\vec{z})} \quad ou \quad \begin{Bmatrix} \omega_{x21} & V_{x21} \\ \omega_{y21} & V_{y21} \\ \omega_{z21} & V_{z21} \end{Bmatrix}_{(A,\vec{x},\vec{y},\vec{z})} = \begin{Bmatrix} \overrightarrow{\Omega_{2/1}} \\ \overrightarrow{V(A,2/1)} \end{Bmatrix}_A$$

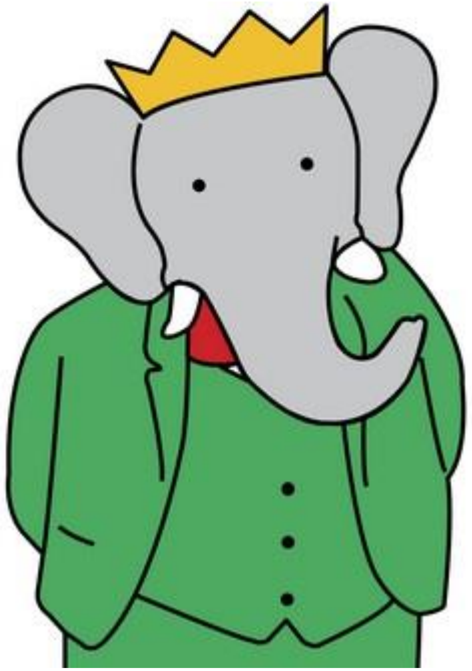
Modélisation des systèmes de solides

Liaison réelle

Torseurs associés aux modèles de liaison : Rappels

- *Changement de point*

$$\overrightarrow{\boldsymbol{Mom}}(\mathrm{B}) = \overrightarrow{\boldsymbol{Mom}}(\mathrm{A}) + \overrightarrow{\boldsymbol{BA}} \wedge \overrightarrow{\boldsymbol{Res}}$$



Modélisation des systèmes de solides

Liaison réelle

Torseurs associés aux modèles de liaison : rappels

- *Torseur couple et torseur glisseur*

Définition :

Un torseur est un **couple** si $\overrightarrow{Res}$ est nulle et $\overrightarrow{Mom}$(M) non nul.

$$\begin{Bmatrix} \vec{0} \\ \overrightarrow{Mom}(M) \end{Bmatrix}_M$$

Modélisation des systèmes de solides

Liaison réelle

Torseurs associés aux modèles de liaison : rappels

- *Torseur couple et torseur glisseur*

Définition :

Un torseur est un **glisseur** si sa résultante n'est pas nulle et qu'il existe un point M tel que le moment en M est nul.

$$\begin{Bmatrix} \overrightarrow{Res} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_M$$

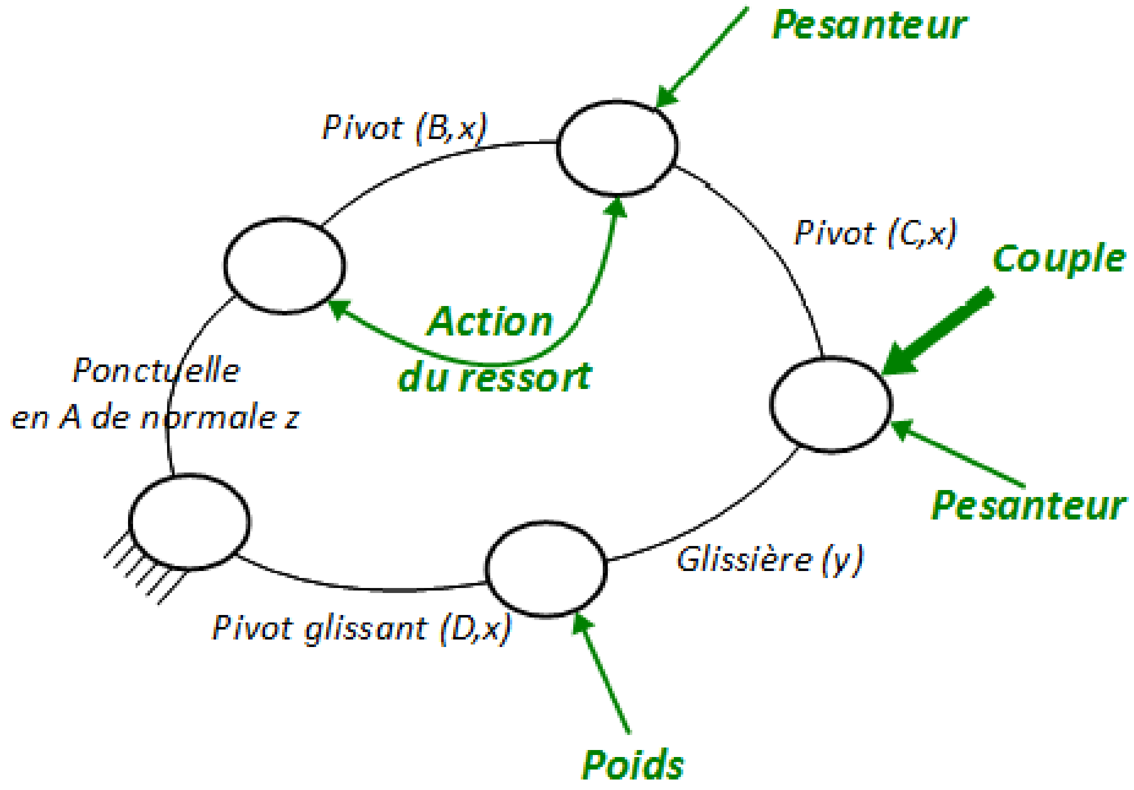
Modélisation des systèmes de solides

Graphe des liaisons

Définition :

Un graphe des liaisons modélise un mécanisme :

- Structurellement → liaisons entre les solides
- Cinématiquement → mouvements relatifs.



Modélisation des systèmes de solides

Chaîne de solides

Chaîne ouverte

Chaîne ouverte → Graphe des liaisons n’est pas bouclé.

Cela caractérise les mécanismes de type bras de robot.

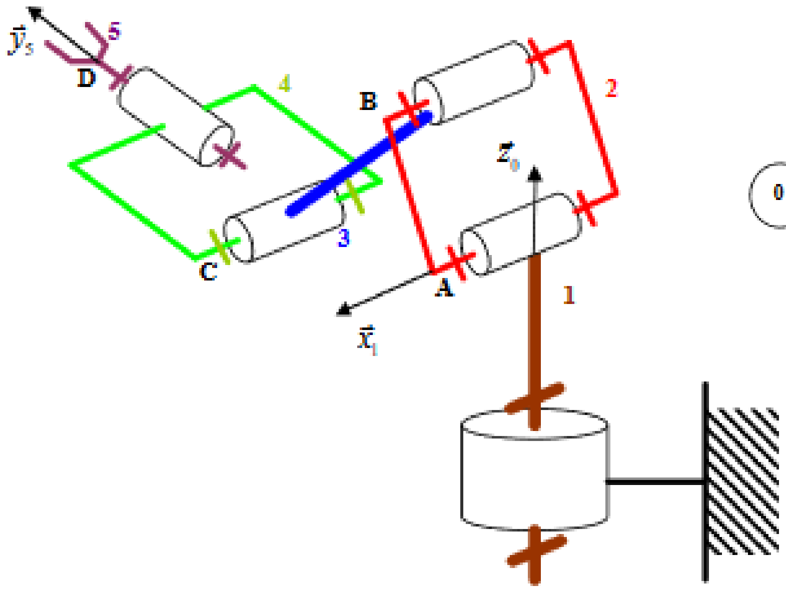
Modélisation des systèmes de solides

Chaîne de solides

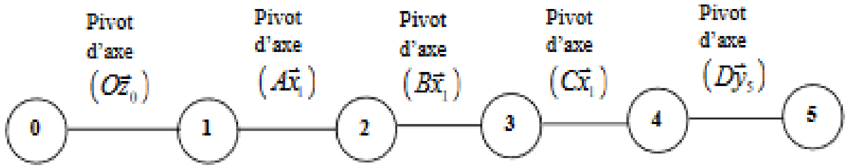
Chaîne ouverte

Exemple : Bras de robot

- Schéma cinématique :



- Graphe des liaisons :



Chaîne ouverte :

pas de boucle ou de cycle

Modélisation des systèmes de solides

Chaîne de solides

Chaîne fermée

Chaîne fermée → Graphe des liaisons est bouclé ou présente un cycle.

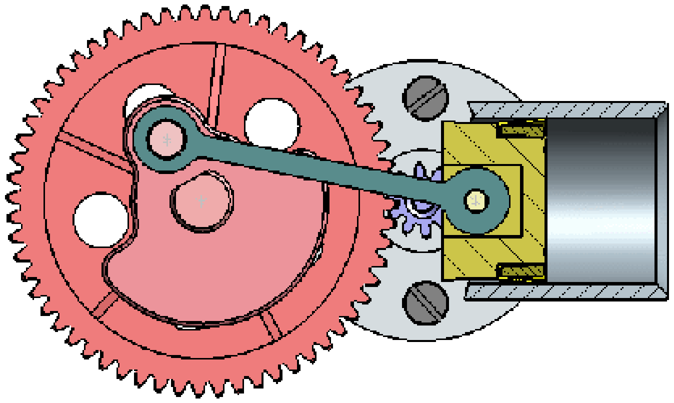
Cela caractérise les mécanismes de type transformation de mouvement.

Modélisation des systèmes de solides

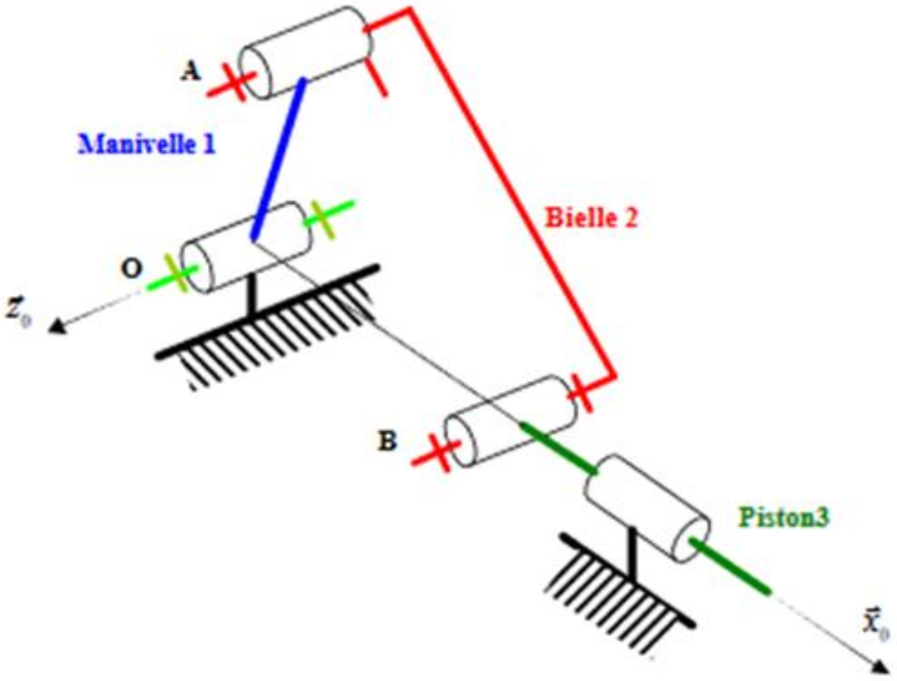
Chaîne de solides

Chaîne fermée

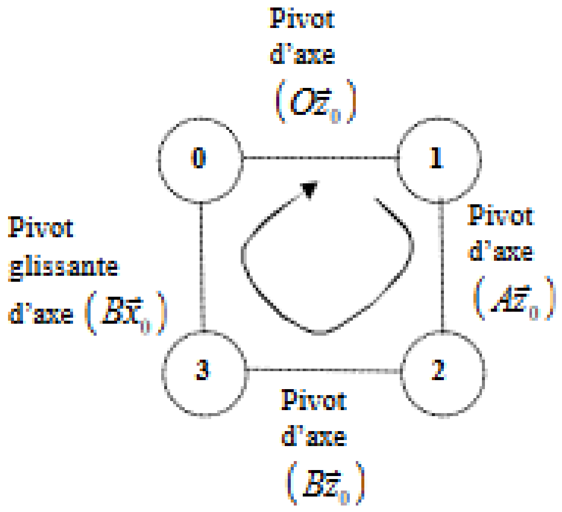
Exemple : Système Bielle – Manivelle – Piston



- Schéma cinématique



- Graphe des liaisons



Chaîne fermée : boucle ou cycle

Modélisation des systèmes de solides

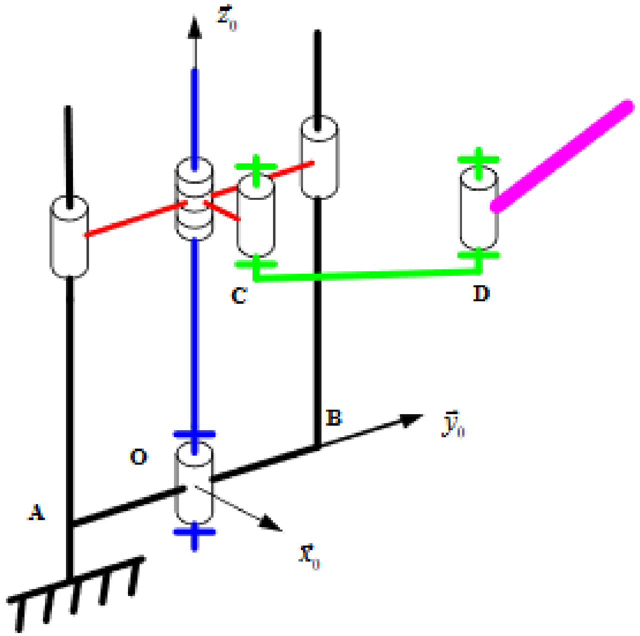
Chaîne de solides

Chaîne complexe – Nombre cyclomatique

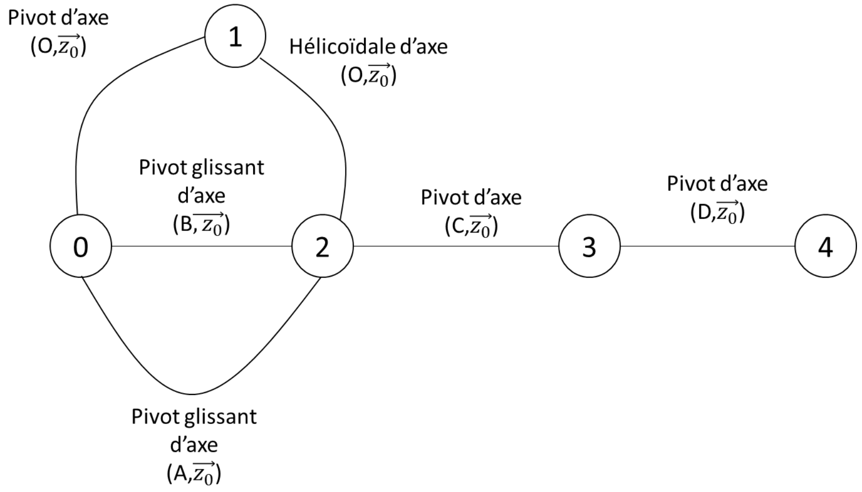
Définition : Un mécanisme à chaîne complexe → Graphe des liaisons présente des cycles imbriqués (partie de chaînes fermées) avec ou sans des parties de chaînes ouvertes.

Exemple : Robot de manutention

- Schéma cinématique



- Graphe des liaisons

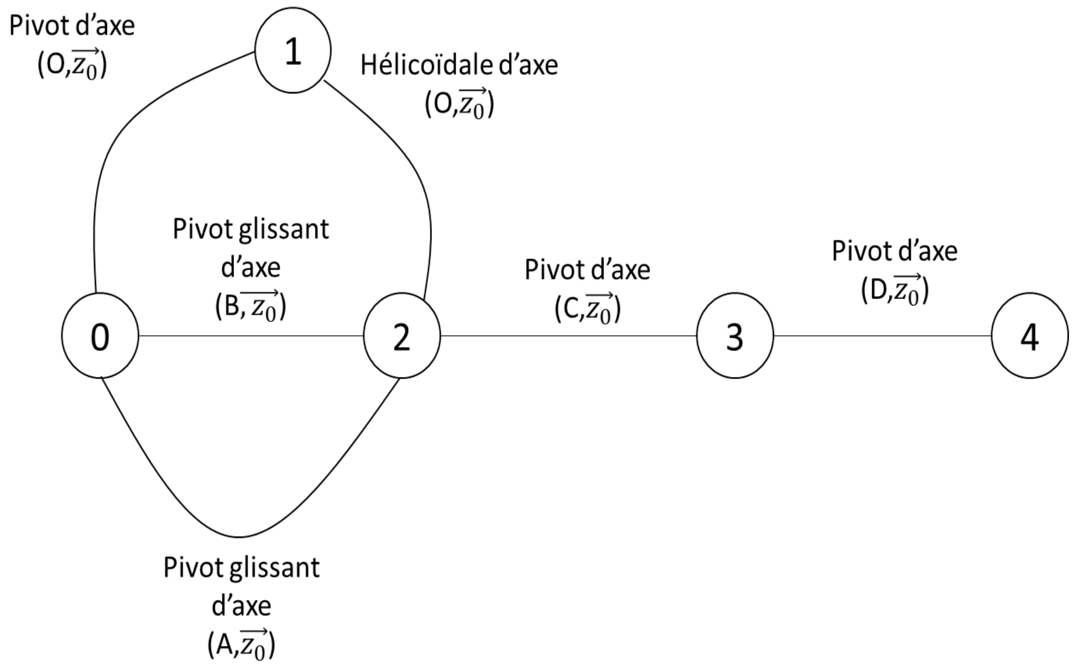


Modélisation des systèmes de solides

Chaîne de solides

Chaîne complexe – Nombre cyclomatique

- Graphe des liaisons



1 chaîne ouvert (bras du robot) : 2-3-4

3 cycles : mais seulement 2 indépendants :

- 0-2-1 par la pivot glissant d'axe $(A,\vec{z_0})$
- 0-2-1 par la pivot glissant d'axe $(B,\vec{z_0})$
- 0-2-0 liaison parallèle = 1 cycle

Modélisation des systèmes de solides

Chaîne de solides

Chaîne complexe – Nombre cyclomatique

Définition du nombre cyclomatique :

Le nombre cyclomatique $\boldsymbol{\gamma}$ est le nombre de boucles indépendantes du graphe des liaisons d'un mécanisme.

Notations :

- l : nombre de liaisons du graphe des liaisons
- p : nombre de solides du graphe des liaisons

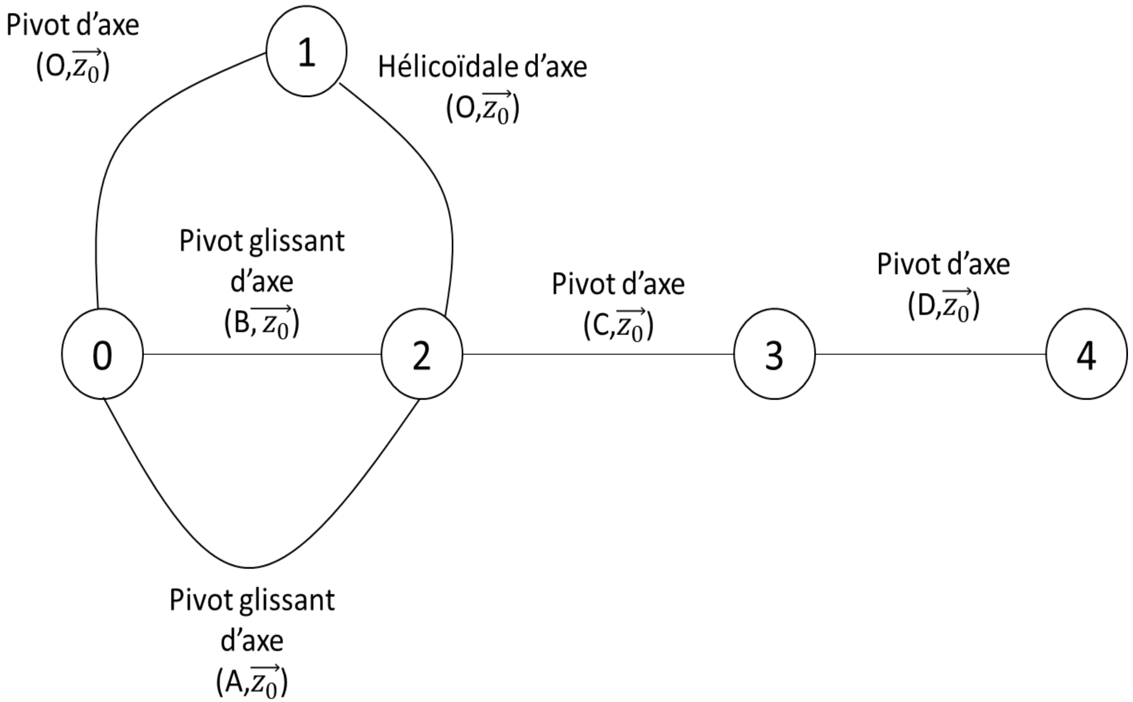
La relation entre ces deux quantités est le nombre cyclomatique :

$$\boldsymbol{\gamma = l - p + 1}$$

Modélisation des systèmes de solides

Chaîne de solides

Chaîne complexe – Nombre cyclomatique

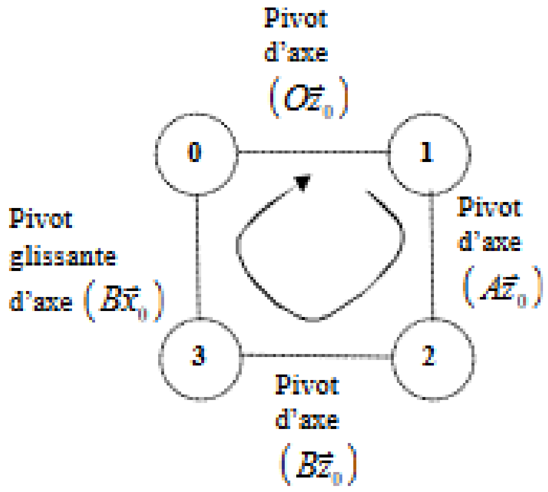


Exemple :

Le robot de manutention possède 5 solides et 6 liaisons. On a donc l = 6 et p = 5.
Ce qui donne : $\gamma = 6 - 5 + 1 = 2$ cycles indépendants.

Remarque générale

Méthode cinématique → chaîne simple fermée : limite le nombre d'équations à 6 (contre 6 × (p-1) équations par la statique).



Remarque : Le frottement → ~~modifie~~ le torseur cinématique.

Méthode statique → Graphes complexes (~~nombre cyclomatique~~ / ~~réduire les liaisons parallèles~~).

Hyperstatisme – Etude statique

Etude statique

Mécanisme à p solides → PFS → (p-1) fois (~~isoler le bâti~~) → 6.(p-1) équations statiques.

Sur ces 6.(p-1) équations, seules *rs* sont indépendantes.

<u>Définitions :</u>

- *rs* : nombre d'équations issues de la statique INDEPENDANTES
- $N_s = \sum n_{si}$ nombre total d'inconnues statiques
- n_{si} nombre d'inconnues statiques de liaison i.

Hyperstatisme – Etude statique

Hyperstatisme - Isostatisme

<u>Définitions :</u>

- On appelle degré d'hyperstatisme, noté h, d'un système mécanique la quantité $h = N_s - rs$

- On dit qu'un système est isostatique si h = 0 (autant d'équations indépendantes que d'inconnues : <u>le système a une solution unique</u>)

Hyperstatisme – Etude statique

Hyperstatisme - Isostatisme

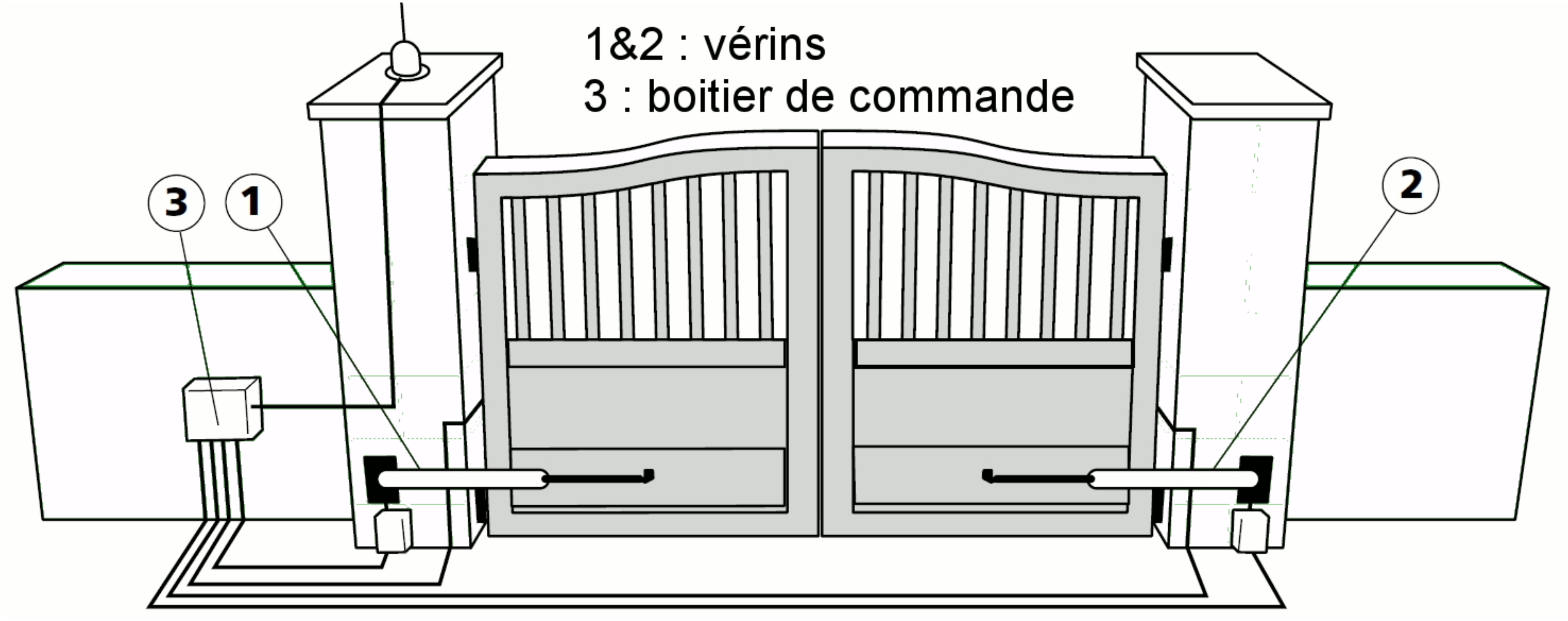
Remarques :

Une chaîne simple ouverte ne peut pas être hyperstatique

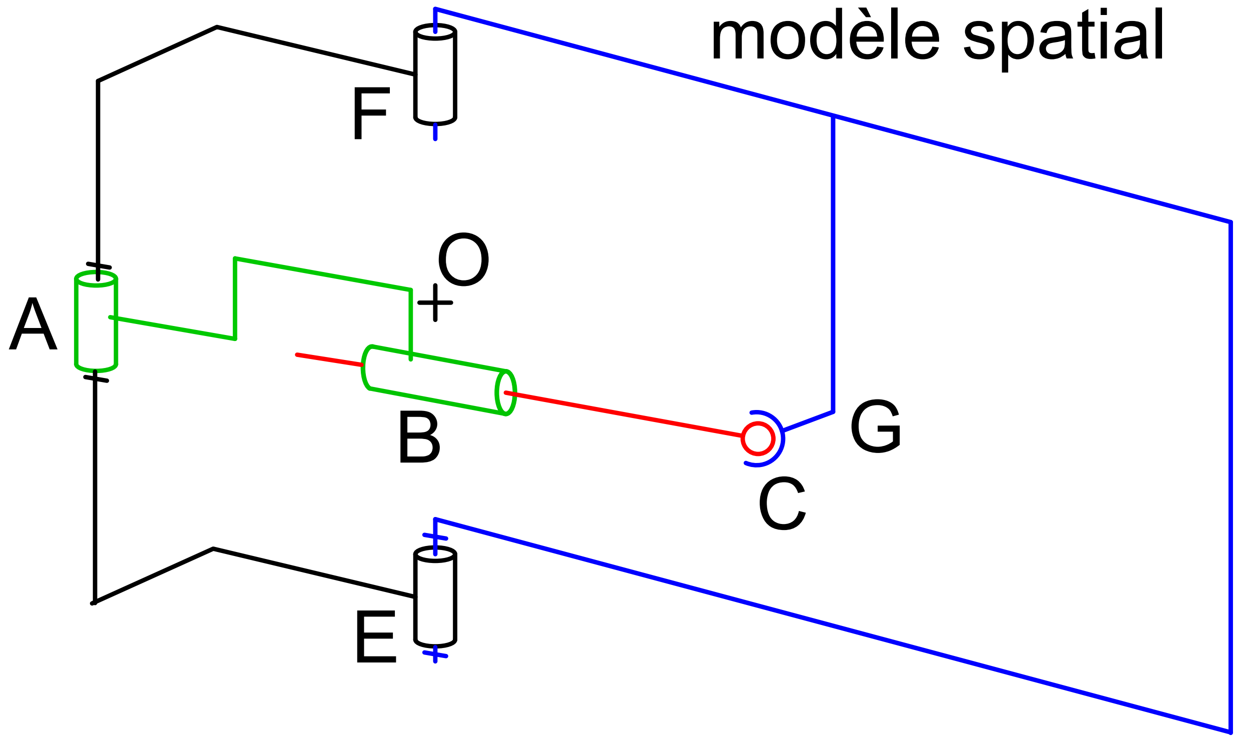
Le degré d'hyperstatisme ne dépend pas :

- du frottement
- des actions extérieures et des poids
- des masses et inerties.

Détermination du degré d'hyperstatisme : Portail automatique



Détermination du degré d'hyperstatisme : Portail automatique



Questions

Q1 : Tracer le graphe des liaisons associé au schéma cinématique.

Q2 : Déterminer le degré d'hyperstatisme de ce modèle en posant au choix, les équations statiques issues du PFS aux différents solides ou les équations cinématiques en étudiant les différentes fermetures de chaînes cinématiques